

## MERTON C. ROBERT, SCHOLES S. MYRON

### Abstrakt:

Ekonomičtí profesori Black, Merton a Scholes, jejichž výzkum se zaměřil na modely oceňování opcí, se svojí prací zasloužili o dynamický rozvoj trhu finančních derivátů. Jejich práce, publikovaná v roce 1973, nahradila staré a nepřesné metody (např. binomický model oceňování opcí) a svým vlivem na budoucí utváření finančních trhů zaznamenala jeden z největších přínosů ekonomické vědě v posledních několika desetiletích. Práce výše zmíněných ekonomů rozšířila možnosti zajištění se proti negativnímu dopadu tržních výkyvů a to podle některých ekonomů vedlo k zmírnění hospodářských krizí.

### Klíčová slova:

Black-Scholesův model, Mertonův model, Oceňování opcí, Call opce, Put opce, Delta, Gamma, Théta, Vega, Ró

### Key words:

Black-Scholes model, Merton model, Options pricing, Call option, Put option, Delta, Gamma, Théta, Vega, Ró

### Names:

Bernstein, Black Fischer

### Biografie laureátů Nobelovy ceny

Myron S. Scholes se narodil 1. července 1941. Titul profesora (Ph.D.) získal v roce 1969 na University of Chicago. Do roku 1983 byl členem University of Chicago a Massachusetts Institute of Technology.

V letech 1981-1996 působil na fakultě Stanford Graduate School of Business a zároveň přednášel právo na Stanford Law School. V roce 1990, kdy působil ve Stanfordu, byl profesor Scholes jmenován vedoucím pracovníkem v Salomon Brothers a poté členem vedení oddělení prodeje a obchodu s finančními deriváty. Ze Salomonu odešel v roce 1994, kdy spolu s Robertem C. Mertonem založili hedgeový fond Long-Term Capital Management..

V roce 1996 skončil s vyučováním, přičemž nadále spolupracuje s Connecticutskou investiční manažerskou firmou, ve které byl v roce 1994 spoluzakládajícím členem. Firma se specializuje na vývoj aplikací sofistikovaných finančních technologií pro investiční manažery.

*(Vysoká škola ekonomická v Praze [on-line])*

Robert C. Merton se narodil v New Yorku 31. července 1944. Vždy se velice zajímal o trh a obchod. Jeho sympatie k matematice se prohloubily během jeho studia na Columbia University, kterou ukončil v roce 1966. Poté pokračoval studiem aplikované matematiky na California Institute of Technology, které ukončil v roce 1967. V roce 1970 získal doktorát na Massachusetts Institute of Technology, kde zůstal až do roku 1988. Od té doby působí Merton jako profesor na Harvardské Business School.

Merton je členem jak Americké akademie umění a věd, tak Ekonometrické společnosti. Je starším členem Mezinárodní asociace finančních inženýrů. Byl zvolen členem Národní



akademie věd v roce 1993. V roce 1991 obdržel čestný doktorát práv na universitě v Chicagu, v roce 1995 hodnost profesora Honoris Causa na Hautes Études Commerciales (Francie), v roce 1996 doktorát Honoris Causa na universitě v Lausanne, v roce 1997 doktorát Honoris Causa na universitě Paris Dauphine, a v roce 1998 čestný doktorát z manažerských věd na universitě National Sun Yat-sen (Taiwan).

Nobelovu cenu obdržel v roce 1997 spolu s Myronem S. Scholesem.

11. června 2010 bylo oznámeno, že Merton odešel z Harvard University, kde působil od roku 1988, a vrátil se na MIT Sloan School of Management.

Robert C. Merton je znám vedle průkopnické analýzy oceňování opcí i řadou dalších zásadních příspěvků, především v oblasti ekonomie financí (např. Mertonův problém portfolia), je autorem velice účinné metody analýzy rozhodování o investicích a spotřebě v průběhu času a je rovněž autorem zobecnění tzv. CAPM modelu (capital assets pricing model).

(Vysoká škola ekonomická v Praze [on-line])

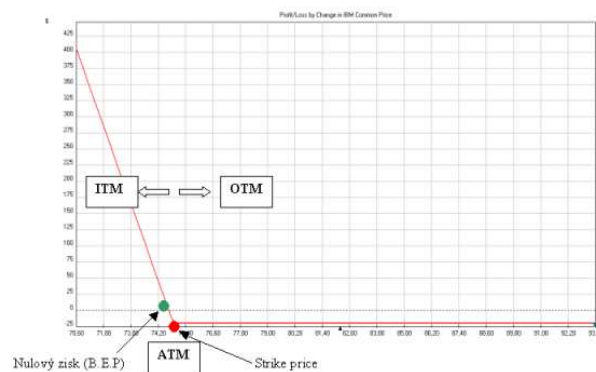
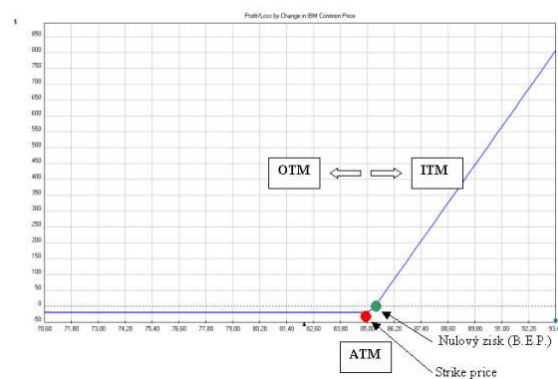
### Co je to opce

Opce je finanční instrument, který dává právo, ale nikoliv povinnost, kupujícímu cenného papíru koupit nebo prodat tzv. podkladové aktivum v předem určeném časovém období za pevně stanovenou cenu. Za toto právo platí kupující prodávajícímu (vypisovateli opce) tzv. opční prémii. Opce členíme na kupní opce (call options) s právem nakoupit a prodejní opce (put options) s právem prodat podkladové aktivum za sjednanou cenu.

Dále rozlišujeme evropské a americké opce.

Evropská opce může být uplatněna pouze v den splatnosti opce, americká opce kdykoliv v průběhu platnosti opce až do její expirace.

Základním důvodem proč vznikl finanční instrument opce, je možnost snížení nebo úplná eliminace rizika spojená s držetím určitého portfolia cenných papírů. Dalším důvodem je možnost vysokých spekulativních zisků při správném odhadu vývoje ceny podkladového aktiva. (FILÁČEK 1998)



### Vznik Black-Scholesova Modelu

Na úplný úvod je třeba zmínit, jak se na Black-Scholesově (dále též B-S) modelu podíleli pánové Black, Merton a Scholes. Na B-S modelu pracovali všichni tři ekonomové, ale podle Bernsteina (1993), který podává populární výklad historie a podstaty moderních finančních teorií, se zdá, že největší podíl na objevu patří zesnulému Fischeru Blackovi (Kohout, 1997), který zemřel v roce 1995 a Nobelovy ceny se nedočkal.

Black-Scholesův model pro oceňování opcí byl poprvé publikován v roce 1973 (Black-Scholes, 1973) v *Journal of Political Economy*. Podle Švédské královské akademie věd byl hlavním přínosem fakt, že Merton, Scholes a Black „prokázali možnost oceňování opcí bez toho, aniž by bylo nutné používat prémii za riziko. Black, Merton a Scholes si totiž uvědomili,

že informace o prémii za riziko je již obsažená v ceně samotné akcie a není tudíž potřebné uvažovat tuto složku ceny opce znovu.

*Black-Scholesův model oceňování opcí vychází z předpokladu, že na trhu by neměly existovat příležitosti pro arbitráž. To znamená, že výnos, kterého může investor dosáhnout pomocí speciální kombinace kupních a prodejních opcí (která mu zajistí bezrizikový výnos), by se měl rovnat výnosu, který může investor získat z držby bezrizikového státního dluhopisu či pokladniční poukázky s odpovídající dobou splatnosti. Riziko spojené s držbou akcií může odstranit vypsáním dvou různých opcí na každou akcii. Pokud by byl výnos z tohoto portfolia odlišný od výnosu bezrizikových státních dluhopisů, vznikla by příležitost pro dosažení zisku pomocí arbitráže a rozdíl mezi výnosy by byl prostřednictvím arbitráže postupem času odstraněn.*“ (Web VSE.cz: Biografie – Scholes [on-line])

Z hlediska praktického dopadu analýzy určování hodnoty opcí nemohlo být načasování zveřejnění Blackova a Scholesova článku lepší. Ve stejném roce, kdy byl článek zveřejněn, bylo totiž zahájeno obchodování na Chicagské opční burze, která byla založena Chicagskou obchodní komorou. Chicagská opční burza znamenala vznik prvního centralizovaného trhu pro obchodování call opcí na kótované akcie. Brzy bylo zavedeno obchodování kupními opcemi na dalších burzách a v roce 1977 se zahájilo obchodování put opcemi.

Použití Mertonovy a Scholesovy metody není však omezené pouze na analýzu oceňování opcí. Tato metoda se stala neodmyslitelnou součástí analýzy řady jiných ekonomických problémů. Dalším příkladem podmíněného nároku jsou kontrakty spočívající v poskytnutí záruk či pojištění. Podobně jako opce i pojištění znamená, že si investor koupí za určitou cenu jistotu, že se vyhne v budoucnu potenciálně neomezeně vysoké ztrátě. Jiným příkladem aplikace uvedené metody oceňování jsou rozhodnutí o uskutečnění reálných (fyzických či hmotných, na rozdíl od finančních) investic. Podstata rozhodovacího problému při investování spočívá v tom, že investice je možné volit s ohledem na zachování určitého stupně pružnosti, pokud jde o jejich využití. Pružnost lze chápat v tomto případě jako opci dávající v budoucnu možnost volit různé způsoby využití investice v závislosti na aktuálních tržních podmínkách. Aby bylo možné zvolit optimální investiční strategii, je nutné ocenit tuto flexibilitu využití investice (tuto opci) správným způsobem a k tomu slouží právě Blackova, Mertonova a Scholesova metoda.

### **Black–Scholesův Model**

*„Black–Scholesův model je matematický model oceňování aktiv, založený na předpokladu, že cena aktiva se vyvíjí jako stochastický proces, jinými slovy, cena aktiva v čase  $t$  je nezávislá na ceně v čase  $0$ , vyvíjí se náhodně, v anglické terminologii se vyvíjí náhodnou chůzí (random walk).“* (Web finance-management.cz [on-line])

Základní myšlenkou modelu je, že cena opce je implicitně dána vývojem ceny podkladového aktiva, pro konstrukční jednoduchost modelu se model zpravidla vysvětluje na likvidních akciích.

### **Klíčové předpoklady Black-Scholesova modelu**

- Cena podkladového aktiva se vyvíjí podle geometrického Brownova pohybu (speciální typ stochastického procesu) s konstantním posunem (odchylkou) a konstantní volatilitou. Předpoklad konstantní volatility je velice důležitý, je nutné si uvědomit, že volatilita aktiv se na trzích mění. Nutno upozornit nejen na to, že volatilita akcií se mění v čase, ale obzvláště důležitý fakt je i změna korelace aktiv. V období stresu volatilita na akciových trzích roste a prudce se zvyšuje i korelace mezi aktivy.

- Obchodování s podkladovým aktivem je kontinuální, v přeneseném smyslu likvidní. Cenu podkladového aktiva je možné stanovit v každém okamžiku. Toto je důvod, proč ocenění opce přes B-S model je nutné doplnit i o další nástroje, pokud oceňujeme méně likvidní aktiva, například over-the-counter (OTC) instrumenty.
- Neexistují transakční náklady a daně.
- Zapůjčení hotovosti je možné za konstantní bezrizikovou úrokovou míru.
- Všechna aktiva jsou perfektně dělitelná (není problém koupit například 1/100 akcie).
- Na trhu neexistují příležitosti pro arbitráž. Toto je spíše technický předpoklad modelu.
- Technicky je možné podkladové aktivum prodat se záměrem pozdější koupě (short sell).

(*finance-management.cz* [on-line])

Black-Scholesův model:

$$c = S \cdot N(d_1) - X \cdot \exp(-r \cdot t) \cdot N(d_2)$$

$$p = -S \cdot N(-d_1) + X \cdot \exp(-r \cdot t) \cdot N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2 / 2) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - \sigma^2 / 2) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

c = cena opčního kontraktu typu call

p = cena opčního kontraktu typu put

S = aktuální cena podkladového aktiva (např. akcie)

X = vykonávací cena opčního kontraktu

r = bezriziková úroková míra

t = doba trvání opčního kontraktu

$\sigma$  (delta) = standardní odchylka výnosů podkladového aktiva (tj. volatilita)

N() = distribuční funkce normálního rozdělení

(KOHOUT, 1997)

Výpočtem hodnot  $d_1$  a  $d_2$  se dostaneme k parametrům rovnice. Distribuční funkce standardního normálního rozdělení je tabelovaná hodnota (najdeme ji ve statistických tabulkách), zjednodušeně řečeno, parametru  $d$  odpovídá jakási hodnota  $\Phi$ , která je vyjádřením kumulativní pravděpodobnosti normálního rozdělení.

Výhodou Black-Scholesova modelu je jeho výpočtová nenáročnost a celosvětová rozšířenost. Proveďte se pár odhadů vstupních hodnot, vynásobí se pár čísel, najdou se hodnoty ve statistických tabulkách a máme cenu opce. Tento model je známý v celosvětové finanční praxi a opravdu se používá. Úskalí modelu je v použití správných vstupních dat. Podíváme-li se na předpoklady modelu, je jasné, že většina z nich je v opravdovém světě reálná jen omezeně. Nejen, že v reálném světě existují daně a transakční náklady, ale v praxi je použití základní Black-Scholesovy rovnice ještě o něco složitější. Pokud podkladové aktivum vyplácí dividendy nebo jsou s jeho držbou spojeny náklady, je nutné použít rozšířenou verzi B-S

modelu. Základní verze rovněž předpokládá vypsání evropské opce. Americká opce vnáší do modelu další komplikace.

### Mertonův model

Mertonův model, který byl publikovaný nedlouho po B-S modelu, se liší pouze tím, že bere v úvahu dividendy.

$$c = S \cdot \exp(-q \cdot t) \cdot N(d_1) - X \cdot \exp(-r \cdot t) \cdot N(d_2)$$

$$p = -S \cdot \exp(-q \cdot t) \cdot N(-d_1) + X \cdot \exp(-r \cdot t) \cdot N(-d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r - q + \sigma^2 / 2) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/X) + (r - q - \sigma^2 / 2) \cdot t}{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

kde

q = spojitý dividendový výnos.

(KOHOUT, 1997)

### Greeks a opce

Řecká písmena (tj. Greeks) udávají celkový podíl jednotlivé složky na výsledné ceně opce.

- Delta  
Ukazatel delta měří, jak se změní cena opce, pokud se změní cena podkladového aktiva.  
Delta opcí:  
ITM (in the money) blíží se číslu 100  
ATM (at the money) kolem 50  
OTM (out of the money) blíží se 0
- Gamma  
Matematicky vyjádřeno, gamma je první derivací delty. Gamma vyjadřuje rychlost, jakou se změní delta, když se cena podkladového aktiva změní o jeden bod. Je to vlastně „zrychlení“ delty.
- Théta  
Zjednodušeně řečeno, théta ukazuje míru denního poklesu v hodnotě opce v důsledku časového rozpadu.
- Vega (také označováno jako Kappa, protože Vega není řeckým písmenem)  
Ukazatel vega je vyjádřením změny opční hodnoty v důsledku změny ve volatilitě podkladového aktiva.
- Ró

Řecké písmeno ró měří vliv změny úrokových sazeb na opční cenu. Tento ukazatel je považován za nejméně významný ze všech řeckých písmen. (MAREČKOVÁ, 2006)

### Matematická formulace řeckých písmen

	Calls	Puts
delta	$\Phi(d_1)$	$\Phi(d_1) - 1$
gamma	$\frac{\phi(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}$	
vega	$S\phi(d_1)\sqrt{T}$	
theta	$-\frac{S\phi(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}\Phi(d_2)$	$-\frac{S\phi(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}\Phi(-d_2)$
rho	$KTe^{-rT}\Phi(d_2)$	$-KTe^{-rT}\Phi(-d_2)$

(Wikipedia, The Free Encyklopedia [on-line])

### Kritika klasického Black-Scholesova modelu

Klasický B-S model k oceňování opcí na akcie je poměrně dobrý. Naproti tomu je obzvláště obtížné oceňování opcí na obligace a jiné úročené cenné papíry. „Zatímco u akcií a akciových indexů lze vcelku bez problémů používat klasický model náhodné procházky, u cen obligací už to tak snadné není, protože ceny obligací mají tendenci kmitat kolem nějaké vnitřní hodnoty obligace, takže ten model je poněkud složitější. Kromě toho obligace nebo úrokové kontrakty se vždy vztahují k nějakému datu.“ (Kohout, 1997) V těchto případech je B-S model hůře použitelný a známe jeho negativa.

Velmi výrazným negativem B-S modelu je, že za určitých okolností výrazně podceňuje hodnotu některých opcí. Jedná se hlavně o opce, které jsou vypsány na trzích, které jsou hojně obchodovány pomocí technické analýzy. Někteří spekulanti dokáží určit zóny, kde se nachází velké množství tzv. ochranných stop-lossů. Právě díky velké koncentraci těchto příkazů na jednom místě, vědí, že v případě prolomení této zóny, dojde k aktivaci prodejních (nebo nákupních) ochranných příkazů, zvedne se volatilita, která posune konečnou cenu instrumentu a tím přímo zhodnotí opce vypsané v této oblasti. (SCHWAGER, 2001)

### Závěr

Není pochyb o tom, že práce ekonomů Blacka, Scholese a Mertona byla a stále je velkým přínosem k teorii oceňování opcí a vedla k výraznému rozvoji finančních a kapitálových trhů. Ačkoliv i tyto modely mají své chyby a abstrahují od některých skutečností, stále se jedná o plně funkční modely, které se (anebo jejich upravené verze) používají i v současnosti. Věřím, že Nobelovu cenu, si za svůj přínos zasloužili oprávněně.

### Použitá literatura:

FILÁČEK, J. (1998): Modely oceňování opcí a testování těchto modelů na Chicago Board of Exchange, diplomová práce, Univerzita Karlova Praha, 1998.

KOHOUT, P. (1997): Nobelova cena za ekonomii 1997: Oceňování opcí, Druhý seminář České společnosti ekonomické v řadě „Ekonomické teorie a česká ekonomika“

SCHWAGER, D. J. (2001): Úspěch na finančních trzích. Computer Press, Brno, 2006.

MAREČKOVÁ, E.: Obchodujeme opce - 4.část [on-line].

Posl. úpravy 3.10.2006 [cit. 2007-06-17]. URL:

<http://www.czechwealth.cz/magazin/opce/obchodujeme-opce---4cast>

MAREČKOVÁ, E.: Obchodujeme opce - 5.část [on-line].

Posl. úpravy 10.10.2006 [cit. 2007-06-17]. URL:

<http://www.czechwealth.cz/magazin/opce/obchodujeme-opce---5cast>

Vysoká škola ekonomická v Praze [on-line]. Posl. úpravy 9.1.2001 [cit. 2007-06-17].

URL: <http://ciks.vse.cz/Edice/nobel/Scholes/biografie.asp>

Vysoká škola ekonomická v Praze [on-line]. Posl. úpravy 23.11.200 [cit. 2007-06-17].

URL: [http://ciks.vse.cz/Edice/nobel/merton/merton\\_biog.asp](http://ciks.vse.cz/Edice/nobel/merton/merton_biog.asp)

Wikipedia, The Free Encyklopedia [on-line]. San Diego: Wikipedia, The Free Encyklopedia.

Posl. úpravy 17.6.2007 [cit. 2007-06-17]. URL: <http://en.wikipedia.org/wiki/Black-Scholes>

finance-management.cz [on-line].

URL: <http://www.finance-management.cz/080vypisPojmu.php?IdPojPass=61>

bradley.bradley.edu [on-line].

URL: <http://bradley.bradley.edu/~arr/bsm/model.html>

**20. 6. 2007**

**Pavel Januška**

**3.ročník, K04659**