

# MODELÝ KONTRAKTŮ SE STOCHASTICKOU POPTÁVKOU

Petr Fiala, Renata Majovská

## ÚVOD

Management dodavatelských řetězců je bouřlivě se vyvíjející disciplína využívající koncepce, které byly vyvinuty v různých jiných disciplínách, jako je logistika, marketing, finanční management, operační management, informační systémy, ekonomie, systémová dynamika a operační výzkum. Kvalita managementu dodavatelského řetězce je považována za klíč k budoucí konkurenceschopnosti řetězce. Navrhování a řízení dodavatelských řetězců je nyní považováno za vedoucí prvek strategie a za efektivní způsob vytváření hodnoty pro zákazníka a vyvolává značný zájem manažerů a výzkumníků. Mezi základní problémy řízení dodavatelských řetězců patří koordinace členů řetězce. Jedním ze způsobů koordinace je uzavírání kontraktů mezi členy řetězce. Příspěvek se zabývá modelováním kontraktů při stochastické poptávce.

Článek je organizován následovně. V první části jsou shrnuty základní požadavky pro kontrakty při koordinaci dodavatelského řetězce. Přehled a srovnání kontraktů s cenově nezávislou stochastickou poptávkou je uveden v druhé části. Není příliš mnoho známo o kontraktech v dodavatelských řetězcích s cenově závislou stochastickou poptávkou. Návrh kontraktu s cenově závislou stochastickou poptávkou je analyzován ve třetí části. Ve čtvrté části je postup ilustrován na numerickém příkladu. Vlastnosti navrženého kontraktu jsou zdůrazněny v závěru článku.

## 1. KONTRAKTY V DODAVATELSKÝCH ŘETĚZCÍCH

Dodavatelský řetězec je definován jako vícestupňový systém dodavatelů, výrobců, distributorů, prodejců a zákazníků. Mezi stupni dodavatelského řetězce v obou směrech proudí materiálové, finanční, informační a rozhodovací toky. Materiálové toky zahrnují toky nových

produktů směrem od dodavatelů k zákazníkům a opačné toky vrácení, servisu, recyklace a likvidace produktů. Finanční toky zahrnují různé druhy plateb, úvěry, toky plynoucí z vlastnických vztahů atd. Informační toky propojují systém informací o objednávkách, dodávkách, plánech atd. Rozhodovací toky jsou poslouposti rozhodnutí účastníků ovlivňující celkovou výkonnost řetězce. Důležitou otázkou je pak modelování vztahů v rámci dodavatelských řetězců (viz Fiala, 2003).

Vývoj strategií snížení rizika, se kterým se setkávají prodejci, se stává stále více kritickým v oblasti dodavatelských řetězců. Zejména v globálním trhu, kdy je konkurence mezi firmami nahrazována konkurencí mezi dodavatelskými řetězci. Existuje několik nástrojů na snížení rizika v rámci dodavatelských řetězců, často užívanými nástroji jsou postupy pro sdílení informací mezi členy řetězce (viz Fiala, 2005). V současné době je značná pozornost výzkumníků zaměřena na kontrakty v dodavatelských řetězcích (přehled např. v Cachon, 2003; Tsay, 1999), které jsou využívány pro motivaci koordinace dodavatelských řetězců, tj. aby celkový zisk decentralizovaného dodavatelského řetězce byl roven zisku, který dosahuje centralizovaný systém. Typy kontraktů se liší podle předpokladů a aplikace v jednotlivých odvětvích. Specifický kontrakt použitý firmami je výsledkem vyjednávacího procesu. Kontrakty jsou hodnoceny podle žádoucích vlastností:

- koordinace dodavatelského řetězce,
- flexibilita umožňující libovolné rozdělení zisku dodavatelského řetězce,
- snadnost použití kontraktu.

1. Kontrakt koordinuje dodavatelský řetězec, jestliže optimální řešení dodavatelského řetězce tvoří Nashovu rovnováhu, tj. žádná firma nemá možnost ziskového odchylení od optimálního řešení. Je ideální, když existuje

jediné optimální řešení, jinak je možné, že se firmy mohou "koordinovat" na sub-optimálních řešeních. V modelu prodáváče novin je veličinou, kterou je potřeba koordinovat, prodáváčem objednávané množství.

2. Jsou žádoucí dostatečně flexibilní kontrakty, aby umožnily libovolné rozdělení zisku dodavatelského řetězce mezi firmy. Jestliže koordinační kontrakt může libovolně rozdělit zisky, potom také existuje paretovsky optimální kontrakt, který dominuje nekoordinující kontrakt, tj. zisk každé firmy není horší a alespoň u jedné firmy je lepší u koordinujícího kontraktu.

3. Ačkoliv koordinace a libovolné rozdělení zisku jsou žádoucí vlastnosti, kontrakty s těmito vlastnostmi mívají vyšší transakční náklady. Důsledkem toho je, že navrhovatel kontraktu může ve skutečnosti preferovat jednoduchý kontrakt, i když neoptimalizuje výkonnost dodavatelského řetězce. Jednoduchý kontrakt je zejména žádoucí, jestliže efektivnost kontraktu je vysoká a když navrhovatel kontraktu dostane podstatný podíl zisku dodavatelského řetězce.

Problém s cenově závislou deterministickou poptávkou odpovídá problému dvojí ziskové marže. Řešením problému je uzavření kontraktu se sdílením zisku. Velkoobchodní cena je potom nepodstatná pro oba účastníky a dodavatelský řetězec dosáhne maximálního zisku.

V dalších částech příspěvku se zaměříme na modelování kontraktů se stochastickou poptávkou. Nejdříve uděláme přehled kontraktů s cenově nezávislou poptávkou a dále navrhneme postup pro modelování a řešení kontraktů s cenově závislou poptávkou.

## 2. CENOVĚ NEZÁVISLÁ STOCHASTICKÁ POPTÁVKA

Uvažujme dodavatelský řetěz, kdy v jedné časové periodě dodavatel prodává produkt odběrateli, který prodává zákazníkům se stochastickou poptávkou. Předpokládejme, že stochastická poptávka  $x$  má spojitou distribuční funkci  $F(x)$ , ke které existuje inverzní funkce. Předpokládejme dále, že se jedná o situaci s úplnou informací, kdy distribuční funkce poptávky a informace o nákladech jsou

všeobecně známy. Je definována funkce frekvence chyb (failure rate function) rozdělení  $x$

$$g(x) = \frac{f(x)}{1 - F(x)} \quad (1)$$

a zobecněná funkce frekvence chyb

$$h(x) = x g(x). \quad (2)$$

Předpokládá se, že rozdělení má vlastnost rostoucí zobecněné funkce frekvence chyb (IGFR - increasing generalized failure rate property). Mnoho rozdělení má vlastnost IGFR, včetně rovnoměrného, normálního, exponenciálního, gamma a Weibullova rozdělení.

Definujme následující veličiny:

$q$  celkové množství objednané odběratelem;

$c$  náklady dodavatele;

$p$  prodejní cena.

Tato specifikace bývá označována jako tzv. problém prodáváče novin (newsvendor problem).

### Centralizované řešení

Centralizované řešení slouží pro benchmarking decentralizovaného dodavatelského řetězce. Centralizované řešení je bráno pro zcela integrovanou firmu, která řídí výrobu i prodej zákazníkům. Zisk integrované firmy pro úroveň zásob  $q$  je

$$z(q) = (p - c)q - p \int_0^q F(x) dx. \quad (3)$$

Zisková funkce je konkávní pro proměnnou  $q$  a optimální řešení je dáno

$$q^0 = F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right). \quad (4)$$

Maximum zisku systému  $z(q^0)$  je zcela určeno úrovní zásob  $q^0$ .

Decentralizované řešení může být zlepšeno pomocí kontraktů. Kontrakt koordinuje řetězec, jestliže motivuje výběr optimální úrovně zásob jako u centralizovaného řešení  $q^0$ .

### Kontrakty s velkoobchodní cenou

U kontraktů s velkoobchodní cenou dodavatel prodává odběrateli za cenu  $w$ . Odběratel řeší analogický problém jako integrovaná firma, ale nakupuje zásobu za velkoobchodní cenu  $w$  místo výroby při nákladech  $c$ .

Zisk odběratele je

$$z_R(q) = (p - w)q - p \int_0^q F(x) dx. \quad (5)$$

Zisková funkce je konkávní pro proměnnou  $q$  a optimální řešení je dáno

$$q(w) = F^{-1}\left(\frac{p - w}{p}\right). \quad (6)$$

Dodavatel působí jako vůdce ve Stackelbergově modelu a odhaduje, jak bude objednávat odběratel pro každou velkoobchodní cenu. Dodavatel odhaduje poptávkou křivku  $q(w)$  a jeho zisk je

$$z_1(w) = (w - c)q(w) = (w - c)F^{-1}\left(\frac{p - w}{p}\right). \quad (7)$$

Dodavatel zná přesně, co bude objednávat odběratel při každé velkoobchodní ceně a nenese riziko. Veškeré riziko spočívá na odběrateli. Kontrakt s velkoobchodní cenou koordinuje řetězec jedině tehdy, když by dodavatel dosáhl nekladného zisku. Takže samozřejmě dodavatel preferuje vyšší velkoobchodní cenu. Důsledkem je, že kontrakt s velkoobchodní cenou není obecně považován za koordinující kontrakt. Sofistikovanější kontrakty se liší od kontraktu s velkoobchodní cenou tím, že převádějí určité riziko, plynoucí ze stochastické poptávky, na dodavatele. Jako příklad uvedeme kontrakty se zpětným odkoupením.

### Kontrakty se zpětným odkoupením

Při kontraktu se zpětným odkoupením (viz Pasternack, 1985) dodavatel počítá odběrateli velkoobchodní cenu  $w$ , ale platí odběrateli  $b$  za každou zbývající jednotku na konci prodejní sezóny. Odběratel by neměl profitovat na neprodaných zásobách, takže předpokládáme  $b \leq w$ . Dále se předpokládá, že strategie vracení u decentralizovaného řetězce nezavádí

další náklady nad rámec nákladů u centralizovaného systému.

Zisk odběratele je

$$z_2(q) = (p - w)q - (p - b) \int_0^q F(x) dx. \quad (8)$$

Odběratel řeší problém prodavače novin. Optimální řešení je

$$q(w, b) = F^{-1}\left(\frac{p - w}{p - b}\right). \quad (9)$$

Řešení bez vracení nebo úplné vracení jsou sub-optimální řešení. Strategie mezi těmito krajními situacemi vedou ke koordinaci řetězce. Dodavatel nabízí kontrakt  $(w(\varepsilon), b(\varepsilon))$  s  $\varepsilon \in (0, p - c)$ , kde

$$w(\varepsilon) = p - \varepsilon, b(\varepsilon) = p - \frac{\varepsilon p}{p - c}. \quad (10)$$

Pro všechna  $\varepsilon \in (0, p - c)$ ,

$$p > w(\varepsilon) > b(\varepsilon) \quad \text{a} \quad (11)$$

$$\frac{p - w(\varepsilon)}{p - b(\varepsilon)} = \frac{p - c}{p}. \quad (12)$$

Odběratel objednává množství jako integrovaný systém

$$q(w(\varepsilon), b(\varepsilon)) = q^0 \quad (13)$$

a zisk řetězce je roven zisku integrovaného řetězce  $z(q^0)$ .

Zisk dodavatele je klesající v  $\varepsilon$

$$z_1(w(\varepsilon), b(\varepsilon)) = \left(1 - \frac{\varepsilon}{p - c}\right) z(q^0). \quad (14)$$

Zisk odběratele je rostoucí v  $\varepsilon$

$$z_2(w(\varepsilon), b(\varepsilon)) = \frac{\varepsilon}{p - c} z(q^0). \quad (15)$$

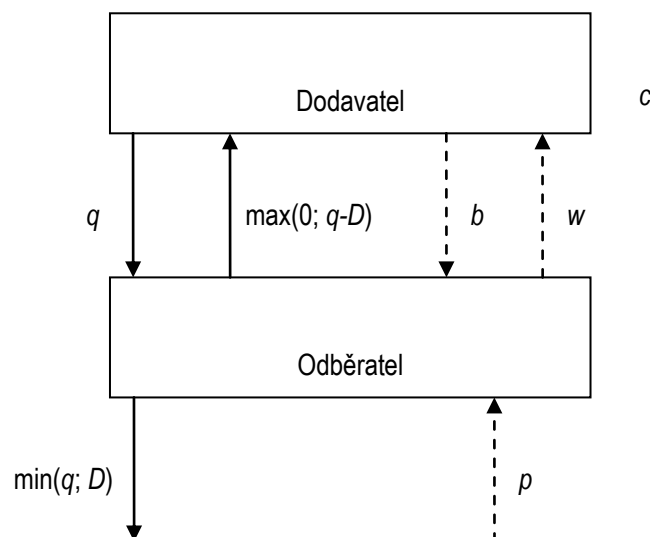
Existují i další typy kontraktů Další typy kontraktů jako jsou kontrakty s flexibilním množstvím (viz Tsay & Nahmias & Agrawal, 1999 a Lariviera, 1999), Záložní dohody (Backup Agreements) (viz Eppen & Iyer, 1997), opční kontrakty (Option Contracts) (viz Barnes-Schuster & Bassok & Anupindi, 2002) a další.

### 3. CENOVĚ ZÁVISLÁ STOCHASTICKÁ POPTÁVKA

Cílem této části je analyzovat kontrakty pro kombinovaný problém koordinace dodavatelského řetězce s cenově závislou stochastickou poptávkou. Zatím je v literatuře věnována malá pozornost kombinovanému problému koordinace dodavatelského řetězce s cenově závislou a stochastickou poptávkou. Kontrakty navržené pro koordinaci s cenově nezávislou stochastickou poptávkou nejsou použitelné pro koordinaci dodavatelského řetězce s cenově závislou stochastickou poptávkou.

Budeme analyzovat multiplikativní tvar cenově závislé stochastické poptávky

**Obr. 1: Dodavatelský řetězec s cenově závislou stochastickou poptávkou**



Očekávaný zisk pro centralizované řešení pro úroveň výstupu  $q$  a cenu  $p$  je roven:

$$z(p, q) = E\{p[\min(q, D(p, x)) - cq] - p \max(0; q - D(p, x))\} = \quad (18)$$

$$= (p - c)q - py(p) \int_0^{\frac{q}{y(p)}} F(x) dx. \quad (19)$$

Cílem je určit optimální hodnoty  $(p^0, q^0)$ , které maximalizují očekávaný zisk  $z(p, q)$ .

Pro pevnou cenu  $p$  se tento problém redukuje na standardní problém kamelota bez cenové závislosti a optimální úroveň zásob je rovna

$$D(p, x) = y(p)x, \quad (16)$$

jako funkci proměnných  $p$  a  $x$ , kde  $x$  je náhodná proměnná nezávislá na  $p$  a  $y(p)$  je spojitá, nezáporná, dvakrát diferencovatelná funkce. Očekávaná hodnota poptávky  $D$  je určena hodnotou funkce  $y(p)$  pro danou cenu  $p$ :

$$E[D(p, x)] = y(p). \quad (17)$$

Toky v dodavatelském řetězci s cenově závislou stochastickou poptávkou jsou zachyceny v Obr. 1. Materiálové a jednotkové finanční toky jsou vyjádřeny pomocí plných a čárkovaných čar.

Zdroj: Autoři

$$q^0 = y(p)F^{-1}\left(\frac{p-c}{p}\right). \quad (20)$$

Substitucí této hodnoty  $q^0$  do očekávaného zisku dostáváme

$$z(p) = y(p)\left[(p-c)F^{-1}\left(\frac{p-c}{p}\right) - p \int_0^{F^{-1}\left(\frac{p-c}{p}\right)} F(x) dx\right] \quad (21)$$

Tento problém je nyní s jedinou rozhodovací proměnnou  $p$  a optimální cenu  $p^0$  je možno získat řešením rovnice

$$\frac{dz(p)}{dp} = 0. \quad (22)$$

Předpoklady existence a jedinečnosti optimálního řešení  $(p^0, q^0)$  jsou konkávnost deterministické části poptávkové funkce  $y(p)$  a IGFR vlastnost stochastické části poptávkové funkce  $x$ .

Navržený kontrakt pro koordinaci decentralizovaného dodavatelského řetězce je hybrid kontraktu s velkoobchodní cenou a kontraktu se zpětným odkupem. Velkoobchodní cena  $w$  a cena zpětného odkupu  $b$  jsou určeny podle následujících vztahů:

$$w = \lambda(p - c) + c, \quad (23)$$

$$b = \lambda p, \text{ kde } 0 \leq \lambda \leq 1. \quad (24)$$

Použitím takových cen  $w$  a  $b$  dostáváme zisky dodavatele a odběratele pro libovolnou úroveň výstupu  $q$  a cenu  $p$ :

$$z_1 = E\{(w - c)q + b \max(0; q - D(p, x))\} = E\{\lambda(p - c)q - \lambda p \max(0; q - D(p, x))\} = \lambda z. \quad (25)$$

$$z_2 = E\{p[\min(q, D(p, x)) - wq + b \max(0; q - D(p, x))]\} = E\{(p - w - c)q - (p - b) \max(0; q - D(p, x))\} = (26)$$

$$= (1 - \lambda) E\{(p - c)q - p \max(0; q - D(p, x))\} = (1 - \lambda) z. \quad (27)$$

Z předchozího vyjádření zisků dodavatele a odběratele je zřejmé, že dodavatel a odběratel řeší stejný problém jako centralizovaný dodavatelský řetězec a suma zisků dodavatele a odběratele je rovna zisku centralizovaného dodavatelského řetězce. Parametr  $\lambda$  charakterizuje rozdělení celkového zisku mezi dodavatele a odběratele.

#### 4. ILUSTRÁČNÍ PŘÍKLAD

Postup je ilustrován na následujícím numerickém příkladu. Cenově závislá deterministická část poptávky je

$$y(p) = 100 - p^2 \quad (28)$$

a stochastická část je dána náhodnou proměnnou  $x$  na interval  $(0,5;1,5)$  s distribuční funkcí rovnoměrného rozdělení

$$F(x) = x - 0,5. \quad (29)$$

Náklady dodavatele

$$c = 2. \quad (30)$$

Očekávaný zisk

$$z(p) = y(p)[(p - c)F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right) - p \int_0^{F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right)} F(x)dx] = \quad (31)$$

$$= (100 - p^2)[(p - 2)F^{-1}\left(\frac{p - 2}{p}\right) - p \int_0^{F^{-1}\left(\frac{p - 2}{p}\right)} (x - 0,5)dx] = \quad (32)$$

$$= (100 - p^2) \left( \frac{1,5p - 2}{p} \right) \left( \frac{1,5p - 2}{2} \right). \quad (33)$$

Řešením rovnice

$$\frac{dz(p)}{dp} = 0 \quad (34)$$

dostaneme optimální cenu

$$p^0 = 6,56 \quad (35)$$

a potom optimální úroveň zásob

$$q^0 = y(p)F^{-1}\left(\frac{p - c}{p}\right) = 68,36. \quad (36)$$

Očekávaný zisk

$$z(p^0, q^0) = 266,89. \quad (37)$$

Nastavením dělicího parametru

$$\lambda = 0,5 \quad (38)$$

je určena velkoobchodní cena  $w$  a cena zpětného odkupu  $b$

$$w = \lambda(p - c) + c = 4,28 \quad (39)$$

$$b = \lambda p = 3,28. \quad (40)$$

Zisk dodavatele a zisk odběratele jsou

$$z_1 = \lambda z(p^0, q^0) = 133,445 \quad (41)$$

$$z_2 = (1 - \lambda) z(p^0, q^0) = 133,445. \quad (42)$$

Součet zisku odběratele a zisku dodavatele je roven zisku centralizovaného dodavatelského řetězce a tudíž je dodavatelský řetězec koordinován.

## ZÁVĚR

Existuje rozsáhlá literatura o kontraktech v dodavatelských řetězcích. Avšak není příliš mnoho výsledků o vztazích mezi modely kontraktů v dodavatelských řetězcích a o kombinovaném problému koordinace dodavatelského řetězce s cenově závislou a stochastickou poptávkou. Navržený kontrakt pro koordinaci decentralizovaného dodavatelského řetězce s cenově závislou a stochastickou poptávkou má požadované vlastnosti. Dodavatelský řetězec je zcela koordinován, tzn. celkový zisk decentralizovaného dodavatelského řetězce je roven zisku dosažitelnému centralizovaným systémem. Flexibilita dosažení libovolného rozdělení je řízena výběrem hodnoty parametru  $\lambda$  při stanovení velkoobchodní ceny  $w$  a ceny zpětného odkupu  $b$ . Kontrakt má relativní výhody při implementaci. Dodavatel musí monitorovat jen cenu, nikoliv prodané množství. Analýza jednoduchých případů kontraktů poskytuje doporučení pro složitější reálné problémy. Reálné problémy v dodavatelských řetězcích jsou řešeny pomocí společného řešení problémů partnerstvím v dodavatelských řetězcích. Partnerské vztahy jsou založeny na dodavatelských kontraktech. Výzkum obecného rámce, který by syntetizoval existující výsledky pro variantu forem dodavatelských řetězců, by byl velmi žádoucí.

## PODĚKOVÁNÍ

Výzkumný projekt byl podporován grantem č. 13-07350S 07/0166, uděleným Grantovou agenturou České republiky, a grantem IGA F4/19/2013, Fakulty informatiky a statistiky, Vysoké školy ekonomické v Praze.

## LITERATURA

Anupindi, R., & Bassok, Y. *Supply Contracts with Quantity Commitments and Stochastic Demand*. In: Tayur, S., Magazine, M., & Ganeshan, R. (1999). *Quantitative Models for Supply Chain Management* (s. 197-232). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Barnes-Schuster, D., Bassok, Y., & Anupindi, R. (2002). Coordination and Flexibility in Supply Contracts with Options. *Manufacturing & Services Operations Management*, (3), 171-207.

Cachon, G. Supply Chain Coordination with Contracts. In: Graves, S., & De Koko, T. (2003). *Handbooks in Operations Research and Management Science: Supply Chain Management*. North-Holland.

Ccorbett, C., & Tang, C. *Designing Supply Contracts: Contract Type and Information Asymmetry*. In: Tayur, S., Magazine, M., & Ganeshan, R. (1999). *Quantitative Models for Supply Chain Management* (269-298). Boston: Kluwer Academic Publishers.

Eppen, G. D., & Iyer, A., V. (1997). Backup Agreements in Fashion Buying - the Value of Upstream Flexibility. *Management Science*, 1469-1484.

Fiala, P. (2003). Modeling of relations in supply chains. [Special Issue on Supply Chain Management]. *Vision: The Journal of Business Perspective*, 7, 127-131.

Fiala, P. (2005). Information sharing in supply chains. *OMEGA: The International Journal of Management Science*, 33, 419-423.

Lariviere, M. A. *Supply Chain Contracting and Coordination with Stochastic Demand*. In: Tayur, S., Magazine, M., & Ganeshan, R. (ed.). (1999). *Quantitative Models for Supply Chain Management*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

Pasternack, B. (1985). Optimal pricing and returns policies for perishable commodities. *Marketing Science*, (2), 166-176.

Tsay, A. A. (1999). The Quantity Flexibility Contract and Supplier-Customer Incentives. *Management Science*, 1399-1358.

Tsay, A. A., Nahmias, S., & Agrawal, N. Modeling Supply Chain Contracts: A Review. In: Tayur, S., Magazine, M., & Ganeshan, R. (ed.). (1999). *Quantitative Models for Supply Chain Management*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 299-336.

**Adresa autora (autorů):**

**Prof. RNDr. Ing. Petr Fiala, CSc., MBA**

Vysoká škola ekonomická v Praze

Fakulta informatiky a statistiky

Katedra ekonometrie

pfiala@vse.cz

**PaedDr. Renata Majovská, PhD.**

Vysoká škola báňská - TU, Ostrava

Ekonomická fakulta

Katedra matematických metod v ekonomice,

renata.majovska@vsb.cz

## **MODELS OF CONTRACTS WITH STOCHASTIC DEMAND**

**Petr Fiala, Renata Majovská**

**Abstract:** Supply chain is a decentralized system where material, financial, information and decision flows connect members. Supply chain contract is a coordination mechanism that provides incentives to all of its members so that the decentralized supply chain behaves as the integrated one. When the demand is stochastic than the newsvendor model can be applied. The newsvendor model is not complex, but it is sufficiently rich to study important questions in supply chain coordination. In a standard newsvendor problem the price is assumed to be fixed. There is a vast literature on supply chain contracts recently. However, little work has been done on the relationships of those supply chain contract models and on the combined problem of supply chain coordination with price-dependent stochastic demand. The proposed contract for supply chain coordination with price-dependent stochastic demand has desirable features. The supply chain is fully coordinated. Flexibility to allow any division of the supply chain's profit is managed by the selected parameter in the setting of the wholesale price and the buyback price. It has relative advantages in implementation. The supplier needs to monitor the price only, not the quantity sold. The analysis of the simple cases of contracts gives recommendations for more complex real problem.

**Key words:** Contract, coordination, price-dependent, stochastic demand, supply chain

**JEL Classification:** C44, C70